

Remédiation - Distributivité dans Z

Règles de distributivité simple et double

Pour multiplier une somme par un nombre, il faut multiplier chaque terme de la somme par ce nombre et additionner les résultats obtenus.

$$\text{Ex : } a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c = ab + ac$$

Pour multiplier une somme par une somme, il faut multiplier chaque terme de la première somme par chaque terme de la seconde et additionner les résultats obtenus.

$$\text{Ex : } (a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d = ac + ad + bc + bd$$

Distributivité et nombres négatifs

Les règles de distributivité énoncées avec des nombres naturels restent applicables aux nombres négatifs.

$$\begin{aligned} \text{Ex : } a \cdot (b - c) &= \underline{a \cdot (b + (-c))} & (a - b) \cdot (c - d) &= \underline{(a + (-b)) \cdot (c + (-d))} \\ &= \underline{a \cdot b + a \cdot (-c)} & &= \underline{a \cdot c + a \cdot (-d) + (-b) \cdot c + (-b) \cdot (-d)} \\ &= \underline{ab + (-ac)} & &= \underline{ac + (-ad) + (-bc) + bd} \\ &= ab - ac & &= ac - ad - bc + bd \end{aligned}$$

Tu peux évidemment, si tu le désires, ne pas écrire les lignes soulignées, à condition de tenir compte du signe de chaque terme lors de la distributivité.

$$\text{Ex : } \underline{a} \cdot (\underline{b} - \underline{c}) = ab - bc \qquad (\underline{a} - \underline{b}) \cdot (\underline{c} - \underline{d}) = ac - ad - bc + bd$$

Exercices

1) Applique la distributivité simple.

$$-2x \cdot (x + 3) = -2x^2 - 6x$$

$$3x \cdot (-5x + 2) = -15x^2 + 6x$$

$$-2 \cdot (3x - 3) = -6x + 6$$

$$x \cdot (-2x - 4) = -2x^2 - 4x$$

$$-x \cdot (-x + 2) = x^2 - 2x$$

2) Applique la distributivité double. Sois attentif aux signes !

$$(x - 2) \cdot (y + 3) = xy + 3x - 2y - 6$$

$$(3 - x) \cdot (-5 + y) = -15 + 3y + 5x - xy$$

$$(a - 2) \cdot (3 - 3b) = 3a - 3ab - 6 + 6b$$

$$(x - 3) \cdot (-2 - y) = -2x - xy + 6 + 3y$$

$$(-1 - x) \cdot (-y + 2) = y - 2 + xy - 2x$$

3) Applique la double distributivité et réduis les éventuels termes semblables.

$$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(2x - 3) \cdot (y + 2) = 2xy + 4x - 3y - 6$$

$$(x - 5) \cdot (3x - 1) = 3x^2 - x - 15x + 5 = 3x^2 - 16x + 5$$

$$(2a - 3) \cdot (-4a + 2) = -8a^2 + 4a + 12a - 6 = -8a^2 + 16a - 6$$

$$(2x - 7) \cdot (x + 1) = 2x^2 + 2x - 7x - 7 = 2x^2 - 5x - 7$$

$$(5 - a) \cdot (a - 3) = 5a - 15 - a^2 + 3a = 8a - 15 - a^2$$

$$(a - 1) \cdot (1 + a) = a + a^2 - 1 - a = a^2 - 1$$

$$(x - 4) \cdot (-2 + x) = -2x + x^2 + 8 - 4x = -6x + x^2 + 8$$

$$(-x + 3) \cdot (-x - 1) = x^2 + x - 3x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

$$(3x - 2) \cdot (5x + 4) = 15x^2 + 12x - 10x - 8 = 15x^2 + 2x - 8$$

Suppression de parenthèses

Rappel des règles

Dans une somme algébrique, on peut supprimer les parenthèses et le signe "+" qui les précède sans changer le signe des termes compris dans ces parenthèses.

$$\text{Ex : } 4a + (-2b + 3c) = 4a - 2b + 3c$$

Dans une somme algébrique, on peut supprimer les parenthèses et le signe "-" qui les précède à condition de changer le signe des termes compris dans ces parenthèses.

$$\text{Ex : } 5x - (-4y + 2z) = 5x + 4y - 2z$$

Supprime les parenthèses et réduis les termes semblables.

$$2x + (3x - 2) - (5x - 3) = \underline{2x} + \underline{3x} - \underline{2} - \underline{5x} + \underline{3} = 1$$

$$- (x + 2) + (-x + 3) = \underline{-x} - \underline{2} - \underline{x} + \underline{3} = -2x + 1$$

$$-x - (2x - 1) - (-2x + 3) = \underline{-x} - \underline{2x} + \underline{1} + \underline{2x} - \underline{3} = -x - 2$$

$$2x + 3x - (2 - 5x) + 5x = \underline{2x} + \underline{3x} - \underline{2} + \underline{5x} + \underline{5x} = 15x - 2$$

$$(3x - 2) - (7x - 3) - 2x = \underline{3x} - \underline{2} - \underline{7x} + \underline{3} - \underline{2x} = -6x + 1$$

$$2x - (-2 + x) - (x + 3) = \underline{2x} + \underline{2} - \underline{x} - \underline{x} - \underline{3} = -1$$

Distributivité et suppression de parenthèses

L'introduction de nouvelles parenthèses est **INDISPENSABLE** pour écrire le résultat d'une **double distributivité** précédée d'un signe "-". Dans les autres cas, l'introduction de parenthèses n'est pas indispensable et il est plus facile (rapide) de ne pas en introduire.

Exemples

Il n'y a que deux distributivités simples → pas de parenthèses dans la réponse.

$$\underline{-3x} \cdot (\underline{5x} - \underline{2}) - \underline{4x} \cdot (\underline{5x} + \underline{3}) = -15x^2 + 6x - 20x^2 - 12x$$

$$= -35x^2 - 6x$$

Il y a une distributivité simple → pas de parenthèses dans la réponse.

Il y a une distributivité double précédée d'un "-" → parenthèses dans la réponse.

$$\underline{2x} \cdot (\underline{3} - \underline{2x}) - (\underline{x} + \underline{2}) \cdot (\underline{x} - \underline{3}) = 6x - 4x^2 - (x^2 - 3x + 2x - 6)$$

$$= 6x - 4x^2 - x^2 + 3x - 2x + 6$$

$$= -5x^2 + 7x + 6$$

Il y a une distributivité double précédée d'un "-" → parenthèses dans la réponse.

Il y a une distributivité double précédée d'un "+" → pas de parenthèses dans la réponse.

$$- (\underline{3x} - \underline{1}) \cdot (\underline{-2} + \underline{x}) + (\underline{2x} - \underline{1}) \cdot (\underline{3x} + \underline{4}) = -(-6x + 3x^2 + 2 - x) + 6x^2 + 8x - 3x - 4$$

$$= 6x - 3x^2 - 2 + x + 6x^2 + 8x - 3x - 4$$

$$= 3x^2 + 12x - 6$$

Fais de même avec les exercices suivants.

$$\begin{aligned} x \cdot (5 - 2x) - 2 \cdot (x - 1) &= 5x - 2x^2 - 2x + 2 \\ &= -2x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3x \cdot (4 + 2x) + 5 \cdot (-x + 1) &= -12x - 6x^2 - 5x + 5 \\ &= -6x^2 - 17x + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x \cdot (5x - 2) - (2 + x) \cdot (x - 1) &= 15x^2 - 6x - (2x - 2 + x^2 - x) \\ &= 15x^2 - 6x - 2x + 2 - x^2 + x \\ &= 14x^2 - 7x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x \cdot (x - 1) - 2 \cdot (x + 4) &= 3x^2 - 3x - 2x - 8 \\ &= 3x^2 - 5x - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -(x + 2) \cdot (5x - 2) + (2 - x) \cdot (x + 3) &= -(5x^2 - 2x + 10x - 4) + 2x + 6 - x^2 - 3x \\ &= -5x^2 + 2x - 10x + 4 + 2x + 6 - x^2 - 3x \\ &= -6x^2 - 9x + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot (3x - 2) + 5 \cdot (x + 3) &= 6x - 4 + 5x + 15 \\ &= 11x + 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x \cdot (-3x + 2) - (2x + 4) \cdot (-x - 3) &= 6x^2 - 4x - (-2x^2 - 6x - 4x - 12) \\ &= 6x^2 - 4x + 2x^2 + 6x + 4x + 12 \\ &= 8x^2 + 6x + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x - 2) \cdot (-x + 3) - 2x \cdot (x + 3) &= -x^2 + 3x + 2x - 6 - 2x^2 - 6x \\ &= -3x^2 - x - 6 \end{aligned}$$